

数 学

(解答番号 ~)

※数学は「経済経営学部」「人文学部」
および「健康医療学部」のみ選択可

第1問

a と b , c は整数であるとする。 a を 5 で割ると 2 余り, b を 35 で割ると 5 余り, c を 7 で割ると 3 余る。このとき, 以下の設問に解答しなさい。

(1) $a + b$ を 5 で割った余り :

(2) $b - 5c$ を 7 で割った余り :

(3) a^5 を 5 で割った余り :

(4) b^2c^5 を 7 で割った余り :

(5) $a^3b^5c^7$ を 5 で割った余り :

(6) $a^3 + 3a^2 + 2a$ を 3 で割った余り :

第2問

以下の設問に解答しなさい。

- (1) 2次方程式 $x^2 - (k+1)x + 1 = 0$ が異なる2つの実数解をもつような、定数 k の値の範囲は $k < -\boxed{7}$, $\boxed{8} < k$ である。

- (2) 不等式 $\frac{1}{2}ax^2 + y^2 + \frac{1}{2}az^2 - xy - yz - \frac{1}{2}zx \geq 0$ が任意の実数 x, y, z に対して成り立つような定数 a の範囲を以下の手順に従って求めなさい。

まず与えられた不等式を y について整理すると

$$y^2 - (z+x)y + a\left(\frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{2}x^2\right) - \frac{1}{2}zx \geq 0$$

これが任意の実数 x, y, z に対して成り立つための条件は、 y についての2次方程式

$y^2 - (z+x)y + a\left(\frac{1}{2}z^2 + \frac{1}{2}x^2\right) - \frac{1}{2}zx = 0$ の判別式を D_1 として、 $D_1 \leq 0$ である。

$$D_1 = (\boxed{9} - \boxed{10}a)z^2 + \boxed{11}xz + (\boxed{12} - \boxed{13}a)x^2 \leq 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$\boxed{9} - \boxed{10}a = 0$ のとき、 $\textcircled{1}$ は $xz \leq 0$ となるが、これは例えば $x = 1, z = 1$ のときに成り立たないので不適。

$\boxed{9} - \boxed{10}a \neq 0$ のとき、 z の方程式 $(\boxed{9} - \boxed{10}a)z^2 + \boxed{11}xz + (\boxed{12} - \boxed{13}a)x^2$

の判別式を D_2 とすると、 $\textcircled{1}$ が任意の実数 z に対して常に成り立つ条件は

$$\boxed{9} - \boxed{10}a < 0 \text{ かつ } D_2 \leq 0$$

$$\boxed{9} - \boxed{10}a < 0 \text{ より } a > \frac{\boxed{9}}{\boxed{10}} \text{ であり,}$$

$$\frac{D_2}{4} = (\boxed{14} - \boxed{15}a)(\boxed{16} + \boxed{17}a)x^2 \leq 0$$

よって定数 a の範囲は $a \geq \frac{\boxed{18}}{\boxed{19}}$ である。

第3問

以下の設問に解答しなさい。

- (1) 5人の生徒が3つの異なる部屋に入る。それぞれの部屋には少なくとも一人は入らなければならないとする。このとき、この5人の生徒を部屋に割り当てる方法が何通りあるかを以下の手順で考える。

まず、空の部屋があってもよいという条件で割り当てる場合は、全部で $\boxed{20} \boxed{21} \boxed{22}$ 通

りある。次に、1つの部屋が空になる割り当て方は $\boxed{23} \boxed{24}$ 通り、2つの部屋が空になる

割り当て方は $\boxed{25}$ 通りある。したがって、それぞれの部屋に少なくとも一人以上の生徒を

割り当てる方法は $\boxed{26} \boxed{27} \boxed{28}$ 通りである。

- (2) 1から10までの数字が書かれた10枚のカードがある。無作為にカードを2枚同時に引くとき、2枚のカードの数字を足し合わせた数が8の倍数である確率を求める。

10枚のカードから同時に2枚引く組み合わせは全部で $\boxed{29} \boxed{30}$ 通りであることに注意す

ると、2枚のカードの数字を足し合わせた数が8の倍数になる確率は $\frac{\boxed{31}}{\boxed{32}}$ となる。

第4問

以下の各設問に解答しなさい。

- (1) x 軸と y 軸からなる座標平面を考える。ある一次関数が存在し、この一次関数のグラフと x 軸がなす角が 30° であるとする。またこの一次関数のグラフが $(x, y) = (2\sqrt{3}, 5)$ を通るとする。このとき、この一次関数を求めよ。

$$y = \frac{\sqrt{\boxed{33}}}{\boxed{34}}x + \boxed{35}$$

- (2) 一次関数 $y = -x - \sqrt{3}$ のグラフと設問 (1) で求めた一次関数のグラフとのなす鈍角 θ を求めよ。

$$\theta = \boxed{36} \boxed{37} \boxed{38}^\circ$$

- (3) 一次関数 $y = -x - \sqrt{3}$ のグラフと設問 (1) で求めた一次関数のグラフの交点を A とし、それぞれのグラフと y 軸の交点を B, C とする。三角形 ABC の面積 S を求めよ。

$$S = \frac{\boxed{39}}{\boxed{40}} \left(\boxed{41} + \sqrt{\boxed{42}} \right)$$

- (4) $\sin 105^\circ$ を求めよ。

$$\sin 105^\circ = \frac{\sqrt{\boxed{43}} + \sqrt{2}}{\boxed{44}}$$

- (5) 三角形 ABC の外接円の半径 R を求めよ。

$$R = \sqrt{\boxed{45}}$$

以上で問題は終わりです。

【計算用紙】