

# 数 学

(解答番号  ~ )

※数学は「バイオ環境学部」は選択。「工学部」は必須。

## 第1問

以下の間に答えよ。

(1)  $\frac{41}{111}$  を循環小数で表すと  $0.\overline{123}$  となり、小数第 50 位の数は **4** である。

(2) 整数でない既約分数  $\frac{m}{n}$  が有限小数となるのは、 $n$  が **5** と **6** 以外の素因数をもたないときである (**5** と **6** は順不同)。

(3) 整数でない有理数  $\frac{23}{n}$  の分子を分母で割り、小数を使って表したとき、整数部分が 1 以上の有限小数となるような正の整数  $n$  は **7** 個ある。

(4) 整数でない有理数  $\frac{61}{n}$  の分子を分母で割り、小数を使って表したとき、循環小数となるような 2 桁の正の整数  $n$  は **89** 個ある。

## 第2問

放物線  $y = -2x^2 + 4x + 2$  に関して、以下の問に答えよ。

- (1) 放物線と  $x$  軸との2つの交点を、 $x$  の値が小さい方から点 A, 点 B とするとき、それぞれの座標は、

$$\text{点 A}(\boxed{10} - \sqrt{\boxed{11}}, 0)$$

$$\text{点 B}(\boxed{12} + \sqrt{\boxed{13}}, 0)$$

である。

- (2) 点 P(-2, 0) を通る直線  $l$  が放物線と点 C(0, 2) で交わる。直線  $l$  は次の関数で表される。

$$y = \boxed{14}x + \boxed{15}$$

- (3) 直線  $l$  と放物線のもう一つの交点 D の座標は、

$$\text{点 D}\left(\frac{\boxed{16}}{\boxed{17}}, \frac{\boxed{18}}{\boxed{19}}\right)$$

である。

- (4) 線分 AD と線分 BC の交点を点 Q とするとき、線分 CQ と線分 QB の長さの比は、

$$\frac{QB}{CQ} = \frac{\boxed{20}\sqrt{\boxed{21}} + \boxed{22}}{\boxed{23}}$$

である。

- (5)  $\triangle ACQ$  の面積は、

$$\frac{\boxed{24}\boxed{25} - \boxed{26}\boxed{27}\sqrt{\boxed{28}}}{\boxed{29}\boxed{30}}$$

である。

### 第3問

以下の間に答えよ。

(1)  $\frac{x+3}{(x+1)(x+2)} = \frac{a}{x+1} - \frac{b}{x+2}$  を恒等式とする定数  $a, b$  の値は,

$$a = \boxed{31}, b = \boxed{32}$$

である。

(2) 2つの関数

$$f(x) = x^4 + x^3 - 69x^2 - 7x + 2$$

$$g(x) = (x^2 - 8x + 1)(x^2 + cx + d)$$

に対して、 $f(x) = g(x)$  を恒等式とする定数  $c, d$  の値は,

$$c = \boxed{33}, d = \boxed{34}$$

である。また、 $g(x) = 0$  とする全ての  $x$  の和は、 $-\boxed{35}$  であり、全ての  $x$  の積は、 $\boxed{36}$

である。

(3) 3次方程式  $x^3 + ax^2 - 8x + b = 0$  が2重解  $x = -2$  をもつとき、定数  $a, b$  の値は,

$$a = \boxed{37}, b = -\boxed{38:39}$$

である。

(4) 方程式  $x^2 + (m+1)x + m^2 = 0$  が異なる2つの実数解をもち、方程式

$x^2 + 2mx + 2m = 0$  が虚数解をもつような定数  $m$  の範囲は  $\boxed{40} < m < \boxed{41}$  である。

## 第4問

$a$  を実数とする。関数  $f(x) = 3ax^4 - 12(a-1)x^2 + 2a^2 + 1$  が極小値 3 をもつとき、以下の問に答えよ。

(1)  $f(x)$  の導関数は、 $f'(x) = \boxed{42:43}ax^3 - \boxed{44:45}(a-1)x$  である。

(2)  $f(x)$  が極大値と極小値の両方をもつとき、 $f'(x) = 0$  の実数解は  $\boxed{46}$  個あり、そのときの  $a$  の範囲は、 $a < \boxed{47}$  または  $a > \boxed{48}$  である。

(3)  $a < \boxed{47}$  のとき、 $f(x)$  が極小値を取るのは  $x = \boxed{49}$  であり、極小値が 3 になるのは  $a = -\boxed{50}$  である。

(4)  $a > \boxed{48}$  のとき、 $f(x)$  が極小値を取るのは  $x = \pm \sqrt{\frac{\boxed{51} - \frac{\boxed{52}}{a}}{a}}$  であり、極小値が 3 になるのは  $a = \boxed{53}$  および  $a = \boxed{54}$  である。ただし、 $\boxed{53} < \boxed{54}$  とする。

(5)  $\boxed{47} \leq a \leq \boxed{48}$  のとき、 $f(x)$  が極小値を取るのは  $x = \boxed{55}$  であり、極小値が 3 になる  $a$  は  $\boxed{47} \leq a \leq \boxed{48}$  の範囲では  $\boxed{56}$  個ある。したがって、すべての実数の範囲では、極小値が 3 になる  $a$  は全部で  $\boxed{57}$  個ある。

以上で問題は終わりです。

**【計算用紙】**