数　学

（解答番号 $\boxed{1}$ ～ $\boxed{73}$ ）

「工学部」用問題

※「バイオ環境学部」および「健康医療学部」の数学はｐ.19～ｐ.23の問題を解答すること

第 1 問

$\sin A = \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$，$\cos A = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ のとき，次の問に答えよ。

（1）$\sin A + \cos A = \dfrac{\sqrt{\boxed{1}}}{\boxed{2}}$

（2）$\sin A \cos A = \dfrac{\boxed{3}}{\boxed{4}}$

（3）$\sin^2 A + \cos^2 A = \boxed{5}$

（4）$\tan A = \boxed{6} + \sqrt{\boxed{7}}$

（5）$(\tan^2 A + \sqrt{6}\tan A - 7)(\tan^2 A - \sqrt{6}\tan A - 7) = \boxed{8} - \boxed{9\ 10}\sqrt{\boxed{11}}$

（6）$\dfrac{1}{\sqrt{2}\sin A} - \dfrac{1}{\sqrt{2}\cos A} - \dfrac{1}{\sqrt{3}\sin^2 A} + \dfrac{1}{\sqrt{3}\cos^2 A} = \boxed{12}$

（7）$\dfrac{\sin^3 A - \sin^2 A\cos A + \sin A\cos^2 A - \cos^3 A}{\sin^2 A\cos A + \sin A\cos^2 A} = \dfrac{\boxed{13}\sqrt{\boxed{14}}}{\boxed{15}}$

第 2 問

$\triangle$ ABC の重心を G とし, 辺 BC と直線 AG の交点を D, 辺 CA と直線 BG の交点を E とするとき, 次の問に答えよ。

（1）AG : GD = $\boxed{16}$: 1, AE : EC = $\boxed{17}$: 1 である。

（2）辺 BC を 4 : 1 に内分する点を F とし, 線分 AF と BE の交点を P とすると,

$$\mathrm{AP} : \mathrm{PF} = \frac{\boxed{18}}{\boxed{19}} : 1$$ である。

（3）線分 AF と CG の交点を Q とすると, $\mathrm{AP} : \mathrm{PQ} : \mathrm{QF} = \dfrac{\boxed{20\ 21}}{\boxed{22}} : \dfrac{\boxed{23}}{\boxed{24}} : 1$ である。

（4）面積比について, $\triangle \mathrm{BPQ} : \triangle \mathrm{ABC} = \dfrac{\boxed{25}}{\boxed{26}} : 1$ が成り立つ。

第 3 問

i を虚数単位として，次の問に答えよ。

（1） 4 次方程式 $3x^4 + 4x^2 - 7 = 0$ を解くと，

$$x = \pm \boxed{27}, \ \pm \frac{\sqrt{\boxed{28}\boxed{29}}}{\boxed{30}} i$$

である。

（2） p を実数の定数として，2 次方程式 $2x^2 + px + 1 = 0$ が虚数解をもつ p の範囲は，

$$-\boxed{31}\sqrt{\boxed{32}} < p < \boxed{31}\sqrt{\boxed{32}}$$

である。

（3） q を実数の定数として，2 次方程式 $2x^2 + qx + 1 = 0$ が 2 つの異なる解を持ち，その差が $\sqrt{7}$ であるとき，その 2 つの解の積は

$$\frac{\boxed{33}}{\boxed{34}}$$

であり，

$$q = \pm \boxed{35}$$

である。

（4） 等式 $\dfrac{9 + 2i}{x + yi} = 3 - i$ を満たす実数 x, y の値は

$$x = \frac{\boxed{36}}{\boxed{37}}, \ y = \frac{\boxed{38}}{\boxed{39}}$$

である。

第 4 問

一般項が $a_n = nx^{n-1}$ で表される数列 $\{a_n\}$ について，次の問に答えよ。

（1）$\{a_n\}$ の初項は $a_1 = \boxed{40}$ である。

（2）$x = -1$ のとき，$\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とすると，$S_1 = \boxed{41}$，

$S_2 = -\boxed{42}$, $S_{10} = -\boxed{43}$, $S_{2022} = -\boxed{44\,45\,46\,47}$, $S_{2023} = \boxed{48\,49\,50\,51}$ である。

（3）$x = 1$ のとき，$\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を T_n とすると，

$T_{77} = \boxed{52\,53\,54\,55}$

である。

（4）$\{a_n\}$ の初項から第 77 項までの和で表される x の多項式を $f(x)$ とする。

$x \neq 1$ として $(1-x)f(x)$ を計算すると，次数の低い順に定数項から x^{76} の項までは公比が x の等比数列であるので，$(1-x)f(x) = \dfrac{\boxed{56} - x^{\boxed{57\,58}}}{1-x} - \boxed{59\,60}\,x^{77}$ と書ける。

したがって, $x \neq 1$ のとき, $f(x) = \dfrac{\boxed{61} - \boxed{62\,63}\,x^{\boxed{64\,65}} + \boxed{66\,67}\,x^{\boxed{68\,69}}}{(1-x)^2}$ となる。

（5）$S_n = \dfrac{\boxed{70} - (-\boxed{71})^n(\boxed{72}\,n+1)}{\boxed{73}}$ である。

以上で問題は終わりです。

【計算用紙】